

Программа вступительных испытаний по специальности для поступающих в магистратуру по конкурсным группам Центра «Пуск»

Вступительные испытания состоят из двух частей: мотивационного письма и экзаменационных вопросов по соответствующей специальности.

Вступительное испытание проводится дистанционно с помощью системы прокторинга в соответствии с расписанием экзаменов. Длительность экзамена — 3 часа.

Подробная информация о процедуре экзамена, системе прокторинга и доступе к экзамену высылается на электронный адрес, указанный в заявлении при подаче документов на программу, не позднее 1 рабочего дня до экзамена.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ И КОМБИНАТОРИКЕ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В МАГИСТРАТУРУ ПО КОНКУРСНЫМ ГРУППАМ «Современная комбинаторика», «Цифровая экономика», «Contemporary Combinatorics»

Структура программы:

Поступающие по конкурсным группам «Современная комбинаторика», «Цифровая экономика», «Contemporary Combinatorics» сдают вступительное испытание в соответствии с приведенной программой.

Регламент проведения

Вступительное испытание состоит из двух частей: решение письменных заданий по программе письменной части, продолжительностью 2 астрономических часа, и устной части по программе устной части.

Письменная часть состоит из 7 заданий, первые 4-е из которых оцениваются в 3-и балла, следующие два в 4 балла и последняя в 5 баллов.

Во время проведения письменной части экзамена можно пользоваться следующими ресурсами, и только ими:

- искать любые вещи на www.wolframalpha.com,
- искать любые вещи на www.wikipedia.org,
- консоль системы компьютерной алгебры SymPy по адресу live.sympy.org,
- питоновская консоль по адресу www.python.org/shell.

Внимание! Если Вы посчитали ответ в какой-то задаче с помощью системы компьютерной алгебры, нужно обязательно пояснить, почему ответ такой (не ссылаясь на те справочные материалы, которыми пользовались). Компьютер в данном случае используется как источник подсказки, но написание полного решения – Ваша задача.

Устная часть предполагает:

1. обсуждение итогов выполнения письменных заданий;
2. ответ на устную часть (вопросов из программы экзамена для устной части).

Для ответа на устную часть по программе устной части предоставляется 0,5 астрономического часа. Во время подготовки запрещено пользоваться средствами связи и учебными материалами.

Программа письменной части

1. Предел функции в точке. Критерий Коши. Определение сходимости по Гейне и эквивалентность определений.
2. Замечательные пределы.
3. Непрерывность функции в точке. Непрерывность функции на множестве. Равномерная непрерывность. Свойства функций, непрерывных в точке. Разрывы первого и второго рода.
4. Дифференцируемость функции в точке. Производная. Производные высших порядков.
5. Правила дифференцирования. Дифференцирование сложной и обратной функции. Таблица производных.
6. Возрастание, убывание и экстремумы функций. Выпуклость и точки перегиба.
7. Теоремы Ролля, Коши и Лагранжа.
8. Формула Тэйлора и остаточный член в формуле Тэйлора.
9. Раскрытие неопределенностей при вычислении пределов с помощью правил Лопиталья.
10. Сходимость функционального ряда. Равномерная сходимость функционального ряда. Критерий и признаки равномерной сходимости.
11. Почленное дифференцирование и интегрирование функционального ряда.
12. Степенные ряды. Сходимость степенного ряда.
13. Неопределенный интеграл и первообразная. Таблица интегралов.
14. Определенный интеграл (интеграл Римана). Интегральные суммы. Критерии интегрируемости по Риману. Вычисление площади под графиком функции. Интегральный критерий сходимости числового ряда.
15. Формула Ньютона-Лейбница. Формулы замены переменной и интегрирования по частям.
16. Несобственные интегралы первого и второго рода.
17. Кратные интегралы. Переход от кратного интеграла к повторному.
18. Теорема о замене переменных в кратном интеграле. Переход к полярным координатам. Объем области в криволинейных координатах.
19. Непрерывность и дифференцируемость функции нескольких переменных.
20. Производная по направлению. Градиент. Частные производные высших порядков.
21. Формула Тэйлора для функции нескольких переменных.
22. Линейные отображения и инвариантное подпространство.
23. Собственные значения и собственные векторы.
24. Жорданова нормальная форма оператора.
25. Ортогональные и унитарные операторы. Сопряженный оператор.
26. Неотрицательные и положительные операторы. Извлечение неотрицательного квадратного корня.

Литература

1. Зорич В.А. Математический анализ. МЦНМО 2002.
2. Архипов Г.И., Садовничий В.А, Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. Любое из последних изданий.

3. Ильин В.А, Позняк Э.Г., Линейная алгебра, Физматлит 1999.
4. Кострикин А.И., Введение в алгебру Часть 2 "Линейная алгебра", Физматлит 2000.

Программа устной части

1. Множества. Операции над множествами. Декартово произведение множеств. Числовые множества.
2. Функции (инъективность, сюръективность, биективность). Мощность множества. Счетные и несчетные множества. Мощность континуума.
3. Несчетность множества действительных чисел. Счетность множества рациональных чисел.
4. Натуральные числа. Делимость. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел.
5. Числовые последовательности. Предел последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
6. Признаки сходимости числовых последовательностей.
7. Число ϵ и различные способы его определения.
8. Числовые ряды и их сходимость. Критерий сходимости Коши.
9. Абсолютная и условная сходимости рядов. Признаки сходимости рядов.
10. Двойные и повторные ряды.
11. Линейное и аффинное пространства. Факторпространство.
12. Линейная зависимость, базис, размерность и координаты.
13. Прямая сумма линейных пространств.
14. Двойственное векторное пространство.
15. Матрицы, векторы и операции над ними. Определитель матрицы и способы его вычисления. Транспонирование. След матрицы.
16. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Однородные системы. Фундаментальная система решений.
17. Обратная матрица и ее свойства. Способы нахождения обратной матрицы.

Литература

1. Зорич В.А. Математический анализ. МЦНМО 2002.
2. Архипов Г.И., Садовничий В.А, Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. Любое из последних изданий.
3. Ильин В.А, Позняк Э.Г., Линейная алгебра, Физматлит 1999.
4. Кострикин А.И., Введение в алгебру Часть 2 "Линейная алгебра", Физматлит 2000.
5. Виноградов И. М, Основы теории чисел, Москва-Ижевск: 2003.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ И
ИНФОРМАТИКЕ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В МАГИСТРАТУРУ ПО
КОНКУРСНОЙ ГРУПЕ «Modern state of Artificial Intelligence»**

Regulations

The admission process includes three main steps: a programming contest, a written exam and an oral exam.

The programming contest consists of 4-7 problems which are evaluated and graded automatically. The contest duration is 3 hours (180 minutes).

The written exam consists of 6-10 problems of different complexity. All problems require a complete solution with a detailed proof and/or explanation. It is legal to use the following online resources during the written exam:

- Wikipedia.org
- Wolframalpha.com
- Live.sympy.org
- Python.org/shell

Computational results based on one of these systems are not accepted as a complete solution or a proof. These resources can only be used to get a hint or recap some main facts and properties.

The written exam duration is 3 hours (180 minutes).

The oral exam includes discussion of applicant's experience and motivation, theoretical questions and may include questions on the provided written exam solutions.

Programming contest program

1. Data types and basic operations in Python
2. Data structures in Python
3. Linear operations and computations with matrices
4. Random numbers
5. Basic data processing

Written and oral exams program

1. Sequences. Limits of sequences. Examples of convergent and divergent sequences.
2. Continuous functions of one variable. Limits of functions.
3. Derivative. Differentiable functions. Mean value theorems: Fermat, Roll, Lagrange, Cauchy.
4. Infinitely small and limited quantities. Big-O notation.
5. Taylor series.
6. Indefinite integrals. Antiderivative.
7. Definite integrals.
8. Newton Leibnitz theorem.
9. Multivariate calculus.
10. Gradient. Jacobian matrix.
11. Systems of linear equations and the Gaussian elimination.
12. Vector spaces. Definition, examples: a space of rows, spaces of square matrices, spaces of symmetric and skew-symmetric square matrices, spaces of polynomials of one variable.
13. Linearly independent and linearly dependent systems of vectors.
14. A basis and the dimension of a vector space.
15. Matrix determinant. Trace.
16. Inverse matrix.
17. Orthogonal matrices and unary operators.

18. Eigendecomposition. Eigenvectors and eigenvalues.
19. Elementary events and finite sample spaces. The classical definition of probability.
Computation of probabilities in classical settings.
20. Standard counting rules: the rule of sum and the rule of product.
21. Combinations, placements and permutations.
22. Newton's binomial theorem.
23. Continuous and discrete random variables. CDF and PDF.
24. Mathematical expectation and variance

References

1. E.B. Vinberg, «A Course in Algebra», Graduate Studies in Mathematics, AMS, Vol. 56, 2003.
2. W. Rudin, «Principles of Mathematical Analysis», International Series in Pure and Applied Mathematics, McGraw-Hill Education, 1976, 3rd Edition.
3. L.B. Korolov, Ya.G. Sinai, «Theory of Probability and Random Processes», Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007.
4. Ian Goodfellow and Yoshua Bengio and Aaron Courville. "[Deep Learning](#)". MIT Press, 2016
5. Marc Peter Deisenroth, A. Aldo Faisal, and Cheng Soon Ong. "[Mathematics for Machine Learning](#)". Cambridge University Press, 2020